

## 2 Zpracování naměřených hodnot a vypracování protokolu

Miloslav Ludvík, Milan Jahoda

### I Obsah a zásady vypracování protokolu o měření

Výsledky měření na zadaném zařízení se průběžně zaznamenávají perem do předtištěných formulářů. Po skončení práce je formulář, podepsaný studenty, asistentem a instruktorem, podkladem pro vypracování protokolu o dané práci. Protokol musí obsahovat:

- a) Platný (úplný a podepsaný) formulář s naměřenými daty.
- b) Výpočtovou část.
- c) Požadované grafické závislosti.
- d) Diskusi dosažených výsledků.

Ve výpočtové části je pro kontrolu nutné uvést příklad výpočtu, ve kterém je vždy uveden obecný vztah, dosazeny číselné hodnoty, výsledek a jednotky. Příklad výpočtu se uvádí i v případě počítačového zpracování protokolu. Pokud byl při výpočtu parametrů rovnic použit speciální matematický program, uveďte jeho jméno. Při výpočtech se musí respektovat zásady práce s přibližnými čísly. Přesnost výsledků je určována přesností naměřených hodnot, která pro technická měření v laboratoři není vysoká. Proto je třeba výsledné hodnoty uvádět na „rozumný“ počet platných číslic. Grafické závislosti musí obsahovat legendu vysvětlující význam vynesných bodů a proložených čar. Při ručním vyhotovení grafických závislostí dbejte na správné rozpětí hodnot proměnných na osách, aby výsledná závislost byla jasně patrná.

### II Použití statistických metod pro zpracování výsledků měření

V laboratoři z chemického inženýrství často měříme řadu veličin (tlak, teplotu, objemový průtok, apod.), které mohou ovlivnit průběh sledovaného procesu nebo jsou jeho důsledkem. Získaný soubor dat je pak třeba zpracovat tak, aby správně charakterizoval buď vybranou neproměnnou veličinu nebo závislost mezi dvěma a více proměnnými veličinami. Každé měření je zatíženo různými chybami, které mohou být způsobeny např. volbou měřicí metody, citlivostí přístroje nebo obsluhou. Chyby způsobené nepřesností měřících přístrojů a zvolenou metodou jsou *chyby systematické*, při kterých je měření zatíženo vždy stejnou chybou. Velikost systematických chyb nemohou posluchači během práce v laboratoři ovlivňovat, neboť metodika měření je popsána v příslušné kapitole těchto skript. Také užití měřicí přístroje jsou napevno zabudovány do experimentálních aparatur a jejich demontáž či kalibrace není posluchačům dovolena. Během měření se někdy vyskytne *hrubá chyba*, která je převážně zapříčiněna nedbalostí experimentátora nebo nedodržením předepsané metodiky měření. Hrubá chyba je ve výsledném souboru dat obvykle jasně patrná. Pokud se v řadě výsledků vyskytne jeden nebo několik značně odlehlých od ostatních, budeme předpokládat, že měření bylo zatíženo hrubou chybou a příslušné hodnoty ze souboru dat vyřadíme. Pokud si nejsme

jisti, zda jde o hrubou chybu, musíme to ověřit některými statistickými postupy pro vylučování hrubých chyb.

Nejčastější chyby jsou *chyby náhodné*, které jsou nepravidelné a mění se podle okamžitých podmínek pokusu. Náhodná chyba se skládá z velkého množství nepatrných chyb, které lze jen těžko kontrolovat (fluktuační měřicího přístroje, vliv prostředí, atd.). Opakovaným měřením jedné veličiny dostáváme vlivem náhodných chyb data, která se vzájemně poněkud liší. Předpokládáme, že náhodná chyba má normální (Gaussovo) pravděpodobnostní rozložení. Jako výslednou hodnotu měření pak udáváme odhad střední hodnoty a její chybu vyjadřujeme pomocí směrodatné odchylky. U normálně rozložených chyb je nejlepší odhad střední hodnoty vyjádřen aritmetickým průměrem.

*Aritmetický průměr*  $\bar{x}$  vypočtený z  $n$  hodnot:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2-1)$$

*Výběrový rozptyl*  $s^2$  je definován jako součet čtverců odchylek jednotlivých měření od jejich aritmetického průměru, dělený počtem měření, zmenšeným o jednu:

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \quad (2-2)$$

*Výběrová směrodatná odchylka*  $s$  (střední kvadratická chyba) udává chybu měření a je odmocninou z rozptylu:

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (2-3)$$

Konečnou výslednou hodnotu měření můžeme vyjádřit s vyznačením přesnosti výsledku ve tvaru  $\bar{x} \pm s_{\bar{x}}$ , kde  $s_{\bar{x}}$  je směrodatná odchylka aritmetického průměru definovaná vzorcem:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}} \quad (2-4)$$

Lze prokázat, že v případě normálního rozložení náhodné chyby leží správná hodnota v intervalu  $\bar{x} \pm s_{\bar{x}}$  s pouze 68%ní pravděpodobností. To znamená, že udáme-li výsledek měření jako výběrový aritmetický průměr a jeho směrodatnou odchylku, může střední hodnota souboru ležet s 32%ní pravděpodobností mimo udané meze. Tak velká pravděpodobnost chybného odhadu je často pro praxi neúnosná a požaduje se uvádění intervalu, ve kterém správná hodnota leží s větší (obvykle 95%ní) pravděpodobností. Tomuto intervalu se říká *interval spolehlivosti*. Hledaný  $100 \cdot (1 - \alpha)\%$  interval spolehlivosti je pro střední hodnotu měřené veličiny dán vztahem:

$$(\bar{x} - t_{n-1, \alpha} s_{\bar{x}}, \quad \bar{x} + t_{n-1, \alpha} s_{\bar{x}}) \quad (2-5)$$

kde  $\bar{x}$  je průměr,  $s_{\bar{x}}$  je směrodatná odchylka průměru,  $t_{n-1,\alpha}$  je kritická hodnota Studentova rozdělení (uvedená v tab.2-1),  $\alpha$  je hladina významnosti,  $100 \cdot (1-\alpha)$  je spolehlivost závěru vyjádřená v procentech a  $\nu = n - 1$  je počet stupňů volnosti.

Tab. 2-1 Kritické hodnoty  $t_{\alpha}$  Studentova rozdělení

Stupně volnosti $\nu$	$t_{\alpha}$				
	$\alpha = 10 \%$	$\alpha = 5 \%$	$\alpha = 2 \%$	$\alpha = 1 \%$	$\alpha = 0,1 \%$
1	6,31	12,71	31,82	63,66	636,62
2	2,92	4,30	6,97	9,92	31,60
3	2,35	3,18	4,45	5,84	12,94
4	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
5	2,02	2,57	3,37	4,03	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	5,41
8	1,86	2,31	2,90	3,36	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	4,02
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,97
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,88
20	1,72	2,09	2,53	2,85	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,75
25	1,71	2,06	2,48	2,79	3,73
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,37
$\infty$	1,64	1,96	2,33	2,58	3,29

Literatura: Pechoč V., Vyhodnocování měření a početní metody v chemickém inženýrství, SNTL Praha 1981